

Descrierea soluției – pro3

prof. **Ciprian Cheșcă**
Liceul Tehnologic “Grigore C. Moisil” Buzău

Soluție 20p

Se poate utiliza un vector de frecvență pentru a determina dacă un număr natural cuprins între 1 și cel mai mare element dintre cele 3 progresii face parte din măcar o progresie.

Soluția necesită un spațiu de memorie foarte mare și nu poate fi utilizată pentru valori mari ale numărului de termeni ale unei progresii, dar va obține aproximativ 20-30 de puncte, în funcție de diverse optimizări de memorie.

Soluție 40p

Se poate realiza o interclasare concomitentă a celor 3 șiruri, fără a mai construi un vector cu rezultatele reuniuni. La fiecare pas al interclasării se va determina elementul minim al celor trei progresii și se va incrementa indicele corespunzător.

După ce unul dintre cele 2 șiruri se va “termina” se va testa care dintre șiruri s-a terminat și se va acționa asemănător pe două șiruri apoi pe un singur șir.

Această soluție are complexitate $O(n_1 + n_2 + n_3)$ și ar trebui să obțină minimum 40 de puncte.

Soluție 72p

Observația cheie este că elementele comune a două sau mai multe progresii aritmetice, dacă există, formează tot o progresie aritmetică. Astfel, observăm că este mai ușor și mai eficient să calculăm elementele comune a două/trei progresii și să folosim principiul includerii și excluderii pentru a calcula răspunsul.

Deoarece în acest caz termenii inițiali și rațiile progresiilor sunt cel mult egale cu 100, se pot găsi primii doi termeni ai progresiei comune (și, implicit, rația acesteia), verificând pe rând valori candidat, în ordine crescătoare. Dacă există termeni comuni, se poate demonstra că primul dintre ei și rația nu pot depăși $2 \cdot 100^3$.

Această soluție are complexitate $O((r_1 + r_2 + r_3)^3 (a_1 + a_2 + a_3)^3)$ și ar trebui să obțină minimum 72 de puncte.



Soluție 100p

În soluția anterioară ne-am bazat pe faptul că primul termen și rația progresiei comune a două progresii $a_1 + xr_1$ și $a_2 + xr_2$ sunt mai mici sau egale cu $(a_1 + r_1)(a_2 + r_2)$. În loc să verificăm fiecare candidat pe rând, vom itera doar prin elementele progresiei 1. Astfel, numărul de pași este $O((a_1 + r_1)(a_2 + r_2) / (a_1 + r_1)) = O(a_2 + r_2)$. Este esențial că această complexitate nu depinde de parametrii progresiei 1, astfel că intersecția celor trei progresii se poate calcula intersectând progresiv progresia 1 cu progresia 2 și rezultatul cu progresia 3.

Complexitatea acestei soluții este $O(r_1 + r_2 + r_3 + a_1 + a_2 + a_3)$ și ar trebui să obțină 100 de puncte.